**Цели урока:**

* повторить изученный материал по теме система счисления ;
* научится переводить число из десятичной системы в любую другую позиционную систему счисления и наоборот;
* освоить принципы перевода чисел из одной системы в другую;
* развивать логическое мышление.

**Ход урока**

Вначале урока краткое повторение и проверка домашнего задания..

Вопросы:

- В каком виде представлена числовая информация в памяти компьютера?

- Для чего используются системы счисления?

- Какие виды систем счисления вы знаете? Привести свои примеры.

- Чем отличаются позиционные системы от непозиционных?.

Цель нашего урока научится переводить число из десятичной системы в любую другую позиционную систему счисления и наоборот. Но в начале мы рассмотрим, как можно

представить любое целое неотрицательное чисело:

В позиционных системах значение записи целого числа определяется по следующему правилу: пусть a na n-1a n-2…a 1a 0 — запись числа A, а i – цифры, тогда

|  |
| --- |
| A = a n·pn+a n-1·pn-1 +a n-2·pn-2+...+a 1·p1+ a0·p0        (1), |

где p — целое число большее 1, которое называется основанием системы счисления

 Для того, чтобы при заданном p любое неотрицательное целое число можно было бы   записать по формуле (1) и притом единственным образом, числовые значения различных цифр должны быть различными целыми числами, принадлежащими отрезку от 0 до p-1.

Пример:

1) Десятичная система

p = 10

цифры: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

число 5735 = 5·103+7·102+3·101+8·100

2) Троичная система

p = 3

цифры: 0,1,2

число 2013 = 2·32+0·31+1·30

Замечание: нижним индексом в записи числа обозначается основание системы счисления, в которой записано число. Для десятичной системы счисления индекс можно не писать.

Представление отрицательных и дробных чисел:

Во всех позиционных системах для записи отрицательных чисел так же как и в десятичной системе используется знак ‘–‘.  Для отделения целой части числа от дробной используется запятая. Значение записи a na n-1a n-2…a 1a 0, a -1 a -2…a m-2 a m-1a m числа A определяется по формуле, являющейся обобщением формулы (1):

|  |
| --- |
| A = an·pn+a n-1·p n-1+a n-2·p n-2+…+a1·p1+a0·p0+a-1·p-1+a -2·p-2+…+am-2·p–(m–2)+am–1·p–(m–1)+amp–m     (2), |

Пример:

75,6 = 7·101+5·100+6·10–1

 –2,3145 = –(2·50+3·5–1+1·5–2+4·5–3)

**Перевод чисел из произвольной системы счисления в десятичную:**

Следует понимать, что при переводе числа из одной системы счисления в другую количественное значение числа не изменяется, а меняется только форма записи числа, так же как при переводе названия числа, например, с русского языка на английский.

Перевод чисел из произвольной системы счисления в десятичную выполняется непосредственным вычислением по формуле (1) для целых и формуле (2) для дробных чисел.

**Перевод чисел из десятичной системы счисления в произвольную.**

Перевести число из десятичной системы в систему с основанием p – значит найти коэффициенты в формуле (2). Иногда это легко сделать простым подбором. Например, пусть нужно перевести число 23,5 в восьмеричную систему. Нетрудно заметить, что 23,5 = 16+7+0,5 = 2·8+7+4/8 = 2·81+7·80+4·8–1 =27,48. Понятно, что не всегда ответ столь очевиден. В общем случае применяется способ перевода отдельно  целой и дробной частей числа.

Для перевода целых чисел применяется следующий алгоритм (полученный на основании формулы (1)):

1. Найдем частное и остаток от деления числа на p. Остаток  будет очередной цифрой ai (j=0,1,2 …) записи числа в новой системе счисления.

2. Если частное равно нулю, то перевод числа закончен, иначе применяем к частному пункт 1.

Замечание 1. Цифры ai в записи числа нумеруются справа налево.

Замечание 2. Если p>10, то необходимо ввести обозначения для цифр с числовыми значениями, большими или равными 10.

Пример:

Перевести число 165 в семеричную систему счисления.

165:7 = 23 (остаток 4) => a0 = 4

23:7 = 3 (остаток 2) => a1 = 2

3:7 = 0 (остаток 3) => a2 = 3

Выпишем результат: a2a1a0, т.е. 3247.

Выполнив проверку по формуле (1), убедимся в правильности перевода:

3247=3·72+2·71+4·70=3·49+2·7+4 = 147+14+4 = 165.

Для перевода дробных частей чисел применяется алгоритм, полученный на основании формулы (2):

1. Умножим дробную часть числа на p.

2. Целая часть результата будет очередной цифрой am (m = –1,–2, –3 …) записи  числа в новой системе счисления. Если дробная часть результата равна нулю, то перевод числа закончен, иначе применяем к ней пункт 1.

Замечание 1.  Цифры am в записи числа располагаются слева направо в порядке возрастания абсолютного значения m.

Замечание 2.  Обычно количество дробных разрядов в новой записи числа ограничивается заранее. Это позволяет выполнить приближенный перевод с заданной точностью. В случае бесконечных дробей такое ограничение обеспечивает конечность алгоритма.

Пример 1:

Перевести число 0,625 в двоичную систему счисления.

 0,625·2 = 1,25 (целая часть 1) => a-1 =1

0,25·2  = 0,5 (целая часть 0) => a-2 = 0

0,5·2 = 1,00 (целая часть 1) => a-3 = 1

Итак, 0,62510 = 0,1012

Выполнив проверку по формуле (2), убедимся в правильности перевода:

0,1012=1·2-1+0·2-2+1·2-3=1/2+1/8 = 0,5+0,125 = 0,625.

 Пример 2:

Перевести число 0,165 в четверичную систему счисления, ограничившись четырьмя четверичными разрядами.

0,165·4 = 0,66 (целая часть 0) => a-1=0

0,66·4  = 2,64 (целая часть 2) => a-2= 2

0,64·4 = 2,56 (целая часть 2) => a-3= 2

0,56·4 = 2,24 (целая часть 2) => a-4= 2

Итак, 0,16510 ” 0,02224

Выполним обратный перевод, чтобы убедиться, что абсолютная погрешность не превышает 4–4:

0,02224 = 0·4-1+2·4-2+2·4-3+2·4-4= 2/16+2/64+2/256 = 1/8+1/32+1/128 = 21/128 = 0,1640625

|0,1640625–0,165| = 0,00094 < 4–4 = 0,00390625

Перевод чисел из одной произвольной системы в другую

В этом случае сначала следует выполнить перевод числа в десятичную систему, а затем из десятичной в требуемую.

Особым способом выполняется перевод чисел для систем с кратными основаниями.

Пусть p и q – основания двух систем счисления. Будем называть эти системы системами счисления с кратными основаниями, если p = qn или q = pn, где n – натуральное число. Так, например, системы счисления с основаниями 2 и 8 являются системами счисления с кратными основаниями.

Пусть p = qn и требуется перевести число из системы счисления с основанием q в систему счисления с основанием p.  Разобьем целую и дробную части записи числа на группы по n последовательно записанных цифр влево и вправо от запятой. Если количество цифр в записи целой части  числа не кратно n, то надо дописать слева соответствующее количество нулей. Если количество цифр в записи дробной части  числа не кратно n, то нули дописываются справа. Каждая такая группа цифр числа в старой системе счисления будет соответствовать одной цифре числа в новой системе счисления.

Пример:

Переведем 1100001,1112  в четверичную систему счисления.

Дописав нули и выделив пары цифр, получим 01100001,11102.

Теперь выполним перевод отдельно каждой пары цифр, пользуясь пунктом Перевод чисел из одной   произвольной системы в другую.

012=110=14

102=210=24

002=010=04

012=110=14

112=310=34

102=210=24

Итак,  1100001,1112 = 01100001,11102 = 1201,324.

Пусть теперь требуется выполнить перевод из системы с большим основанием q, в систему с меньшим основанием p, т.е. q = pn. В этом случае одной цифре числа в старой системе счисления соответствует n цифр числа в новой системе счисления.

Пример: Выполним проверку предыдущего перевода числа.

1201,324 = 1100001,11102=1100001,1112

В шестнадцатеричной системе есть цифры с числовыми значениями 10,11,12, 13,14,15. Для их обозначения используют первые шесть  букв латинского алфавита A, B, C, D, E, F.

Приведем таблицу чисел от 0 до 16, записанных в системах счисления с основаниями 10, 2, 8 и 16.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число в десятичной системе счисления | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| В восьмеричной | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 20 |
| В двоичной | 0 | 1 | 10 | 11 | 100 | 101 | 110 | 111 | 1000 | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 | 1110 | 1111 | 10000 |
| В шестнадцатеричной | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 |

 Для записи шестнадцатеричных цифр можно использовать также строчные латинские буквы a-f.

Пример: Переведем число 110101001010101010100,112 в шестнадцатеричную систему счисления.

Воспользуемся кратностью оснований систем счисления (16=24). Сгруппируем цифры по четыре, дописав, слева и справа  нужное количество нулей

000110101001010101010100,11002

и, сверяясь с  таблицей, получим: 1A9554,C16

**Вывод:**

В какой системе счисления лучше записывать числа – это вопрос удобства и традиций. С технической точки зрения, в ЭВМ удобно использовать двоичную систему, так как в ней для записи числа используются только  две цифры 0 и 1, которые можно представить двумя легко различимыми состояниями “нет сигнала ” и “есть сигнал”.

А человеку, напротив, неудобно иметь дело с двоичными записями чисел из-за того, что они более длинные, чем десятичные и в них много повторяющихся цифр. Поэтому, при необходимости работать с машинными представлениями чисел используют восьмеричную или шестнадцатеричную системы счисления. Основания этих систем – целые степени двойки, и поэтому числа легко переводятся из этих систем в двоичную и обратно.

**Записываем задание на дом:**

а) Запишите дату рождения всех членов вашей семьи в различных системах счисления.

б) Переведите числа из двоичной системы в восьмеричную и шестнадцатеричную, а затем проверьте результаты, выполнив обратные переводы:

а) 1001111110111,0112 ;

б) 1110101011,10111012

**Цель**: научитьучащихся выполнять арифметические действиями в двоичной системе счисления**.**  
**Задачи:**  
*образовательные:*   
- повторение и закрепление знаний учащихся о системах счисления;  
- формировать у школьников умение выполнять правильно арифметические действия в двоичной системе счисления;  
*развивающие:*   
- развивать логическое мышление учащихся;  
- развивать познавательный интерес учеников.

**Содержание нового материала:** правила сложения, умножения, вычитания и деления в двоичной системе счисления.

**Ход урока.**

**Изучение нового материала.**  
**Правила сложения:**  
0+0=0   
0+1=1   
1+0=1   
1+1=10  
Обратить внимание учащихся на то, что при сложении двух единиц в двоичной системе счисления в записи получается 0, а единица переносится в следующий разряд. При сложении трех единиц получается в записи 1, и единица переносится в следующий разряд. (1+1+1=11).

**Пример 1.**  
101+10=111

Решение:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| + | 1 | 0 | 1 |
|  | 1 | 0 |
|  | 1 | 1 | 1 |

**Пример 2.**  
10011+11=1110

Решение:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 | 1 |  |
| + | 1 | 0 | 1 | 1 |
|  |  | 1 | 1 |
|  | 1 | 1 | 1 | 0 |

Учащиеся самостоятельно решают следующие примеры:  
1001+11=1100  
110+110=1100

**Правила умножения:**  
0\*0=0   
0\*1=0   
1\*0=0  
1\*1=1

**Пример 1.**  
101\*11=1111

Решение:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| \* | 1 | 0 | 1 |
|  | 1 | 1 |
|  | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

**Объяснение:**  
Каждую цифру второго множителя умножаем на каждую цифру первого множителя, результаты произведений складывают между собой по правилам сложения в двоичной системе счисления. (Математика - 3 класс).

**Пример 2.**  
1011\*101=110111

Решение:

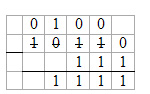
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | \* | 1 | 0 | 1 | 1 |
|  |  | 1 | 0 | 1 |
|  |  | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |  |  |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Учащиеся самостоятельно решают следующие примеры:   
1001\*101=101101  
1001\*11=11011

**Правила вычитания:**  
0-0=0  
1-0=1  
1-1=0  
0-1=-1  
Обратить внимание учащихся на то, что «минус» в последнем правиле обозначает – «занять разряд (1)».

**Пример 1.**  
10110-111=1111

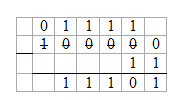
Решение:



**Объяснение:**  
Вычитание выполняется так же, как в математике. Если цифра в уменьшаемом меньше цифры вычитаемого, то для данного вычитания необходимо занять разряд (1), т.к. 10-1=1. Если слева от такого вычитания стоит 0, то мы не можем занять разряд. В этом случае разряд занимаем в уменьшаемом у близстоящей слева от данного вычитания единицы. При этом все нули, у которых мы не могли занять разряд, необходимо поменять на единицу, т.к. 0-1=-1. Желательно все изменения в цифрах записывать сверху данного вычитания. Дальнейшее вычитание выполнять с получившимися сверху цифрами.

**Пример 2.**  
100000-11=11101

Решение:



Учащиеся самостоятельно решают следующие примеры:  
100010-100=  
101011-10111=

**Правило деления:**  
Деление выполняется по правилам математики, не забывая, что мы выполняем действия в двоичной системе счисления.

**Пример 1.**  
101101:1001=101

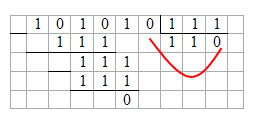
Решение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
|  | 1 | 0 | 0 | 1 |  |  | 1 | 0 | 1 |  |
|  |  |  | 1 | 0 | 0 | 1 |  |  |  |  |
|  |  |  | 1 | 0 | 0 | 1 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | 0 |  |  |  |  |

**Объяснение:**  
В частном смело пишем первую 1, т.к. число в двоичной системе не может начинаться с 0. Умножаем  эту 1 на делитель, результат правильно записываем под делимом, соблюдая разрядность. Выполняем вычитание по правилам вычитания в двоичной системе счисления. Сносим следующую цифру  делимого, и полученное число сравниваем с делителем. В данном случае – полученное число меньше делителя, в частном записываем 0 (в противном случае – 1). Сносим следующую цифру делимого. Получили число равное делителю,  в частном записываем 1, и т.д.

**Пример 2.**  
101010:111=110

Решение:



Примеры для самостоятельного решения:  
1001000:1000=1001  
111100:1010=110

**Домашнее задание.**Выполнить действия:  
1100+1101=  
101+101=  
1011\*101=  
111\*101=   
11011-110=  
10001-1110=  
1011010:1010=